Справка по электрической цепи наземного прототипа энергоблока

# Постановка задачи

Создать математическую модель электрической цепи выпрямителя с фильтром БНВ 4500. Рассчитать коэффициент биений в цепи постоянного тока. Рассчитать токи из цепи переменного тока в цепь постоянного тока в обход выпрямителя через изоляцию в цепи переменного тока и «заземление». Рассчитать коммутационные процессы при включении и отключении нагрузки, как при этом поведут себя накопители энергии фильтра выпрямителя (ёмкости и индуктивности).

# Математическая модель расчёта электрической цепи

## Графоаналитический метод

Для решения задачи используется графоаналитический метод. Участки цепи являются рёбрами графа, а точки их соединения – узлами (вершинами) графа (рис. 3). Каждый участок электрической цепи представляется ориентированным ребром графа, узлы соединений участков – вершинами графа (рис. 3). Таким образом, всю электрическую цепь можно представить в виде непланарного ориентированного замкнутого графа.

Рёбра графа должны содержать следующие данные:

* Свой порядковый номер (рёбра должны быть пронумерованы)
* Номер вершины входа и вершины выхода.
* Электрические характеристики – ёмкость C, индуктивность L, активное сопротивление R.
* Указатели на наличие ёмкости C, индуктивности L, активного сопротивления R на данном ребре.
* Указатель на наличие диода на ребре. Направление диода считается таким же, как и направление ребра – от вершины входа к вершине выхода.

Таблица 1 – Исходные данные участков

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер участка | Номер входа | Номер выхода | Активное сопротивление  R, Ом | Индуктивность L, Гн | Ёмкость C, Ф | Наличие диода D |
| A0 | X0 | X1 | … | … | … | … |
| A2 | X1 | X2 | … | … | … | … |
| A3 | X1 | X2 | … | … | … | … |
| A4 | X1 | X3 | … | … | … | … |
| A5 | X3 | X2 | … | … | … | … |
| A6 | X3 | X4 | … | … | … | … |
| A7 | X3 | X4 | … | … | … | … |
| A8 | X2 | X4 | … | … | … | … |

Таблица 2 – Данные узлов

| Номер узла | Номера участков-соседей | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X0 | A0 |  |  |  |
| X1 | A0 | A1 | A2 | A3 |
| X2 | A1 | A2 | A4 | A7 |
| X3 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| X4 | A5 | A6 | A7 |  |

## Расчёт зависимости тока и напряжения на ребре графа

### Обобщённый закон Ома

Закон Ома для участка цепи с ёмкостью, индуктивностью и активным сопротивлением имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Где, – напряжение на участке цепи,

– ток на участке цепи,

– заряд на обкладках конденсатора,

– электродвижущая сила (ЭДС),

– активное сопротивление, индуктивность и ёмкость соответственно.

Введём величину эффективного напряжения

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Также заметим, что

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Тогда уравнение принимает вид

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

или

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Вообще говоря, данное дифференциальное уравнение второго порядка с произвольным свободным членом не решается в квадратурах.

В случае переменного тока принято считать, что для любого участка электрический цепи величина носит периодический характер и подчиняется закону . В такой постановке задача решается, ток имеет также синусоидальную зависимость от времени и их амплитуды связаны соотношением , где – полное сопротивление.

Однако в тогда нельзя рассмотреть апериодические процессы при коммутации и связь цепи переменного тока с цепью постоянного тока через изоляцию. Последним часто пренебрегают в цепях переменного тока с частотой 50 Гц, но при несущей частоте равной 1000 Гц комплексное сопротивление через изоляцию пропорционально уменьшается и влияние этого эффекта усиливается.

В данной работе делается допущение, что если рассматривать электрический процессы дискретно с частотой много меньше несущей частоты 1000 Гц (), то можно считать, что производная эффективного напряжения остаётся на одном временном шаге постоянной:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Таким образом или .

Тогда ещё раз продифференцируем закон Ома (5) по времени, с учётом (6) для одного временного шага:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Учитывая, что из (6) производная эффективного напряжения на одном временном шаге не зависит от времени, получаем обыкновенное неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка с постоянным свободным членом. Дополним систему граничными условиями – известными значениями в начальный момент шага по времени – тока, напряжении на конденсаторе (заряда конденсатора) и эффективного напряжения:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Решаем однородное дифференциальное уравнение методом характеристического уравнения. Частное решение неоднородного дифференциального уравнения равно . Получаем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

Где,

* декремент затухания:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

* комплексная частота колебаний:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |

* константы интегрирования:

Продифференцировав данное уравнение по времени получаем зависимость эффективного напряжения и тока:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |

Где

### Численное решение закона Ома для участка цепи

Уравнение (12) описывает закон изменения тока на участке цепи при предположении, что напряжение описываемом малом промежутке времени меняется по линейному закону. Для численного решения закона Ома для участка цепи воспользуемся уравнением (12). Тогда в уравнении (12) .

В данное уравнение и I входят линейно, а остальные члены являются константами на одном временном шаге. Таким образом уравнение (12) можно привести к виду:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

Тогда выразим из уравнения (12) константы и :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

Производную эффективного напряжения будем искать числено:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15) |

Также учтём, что , а соответственно . Таким образом уравнение (13) будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |

Уравнение (16) также можно привести к виду:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |

Тогда выразим из уравнения (16) константы и :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (18) |

Или окончательно:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (19) |

### Типы рёбер графа электрической цепи

Обобщённое решение не всегда удобно, так как при отсутствии индуктивности или ёмкости возникают математические неопределённости при приравнивании некоторых электрических характеристик 0 или ∞. В зависимости от наличия различных электрических характеристик на ребре графа, задачу определения зависимости тока и напряжения на ребре графа можно свести к 7 случаям. Эти 7 случаев:

1. R →только активное сопротивление.
2. L →только индуктивность.
3. C →только ёмкость.
4. RC →активное сопротивление и ёмкость.
5. RL →активное сопротивление и индуктивность.
6. LC →индуктивность и ёмкость.
7. RLC →активное сопротивление, индуктивность и ёмкость.

### Коэффициенты a и b для каждого типа ребра.

Случай LC можно рассматривать вместе со случаем RLC, так как принятие R = 0 в случае RLC не приводит к появлению математических неопределённостей.

#### R – только активное сопротивление.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (20) |

#### L – только индуктивность.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (21) |

#### C – только ёмкость.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (22) |

#### RC – активное сопротивление и ёмкость.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (23) |

#### RL – активное сопротивление и индуктивность.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (24) |

#### RLC и LC – активное сопротивление, индуктивность и ёмкость (если активного сопротивления на ребре нет, то его можно приравнять 0).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (25) |

### Выбор типа ребра

При выборе типа ребра надо учитывать временную дискретизацию процесса. А именно, при наличии ёмкости и активного сопротивления (RC), если показатель экспоненты , то процесс зарядки конденсатора происходит значительно быстрее временной дискретизации, и можно не учитывать активную составляющую R при нахождении коэффициентов a и b (т.е. рассматривать тип ребра C). Аналогично при наличии индуктивности и активного сопротивления (RL), если показатель экспоненты , можно не учитывать активную составляющую R при нахождении коэффициентов a и b (т.е. рассматривать тип ребра L).

Если же и , то эти случаю можно рассматривать как активное сопротивление (R).

Данные допущения являются предельными случаями типов рёбер RC и RL и использование их поможет избежать вычислений с большими числами и связанных с этим ошибок.

## Исследование графа.

### Постановка задачи исследования графа.

Необходимо составить систему уравнений Кирхгофа. Всего кол-во уравнений равно количеству рёбер графа для которых надо найти токи и напряжения. Можно записать уравнения баланса токов во всех узлах, кроме одного. Остальные уравнения – это уравнения баланса напряжений при обходе по независимым замкнутым контурам. Таким образом:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (26) |

Где, – кол-во независимых контуров связного графа,

– кол-во рёбер графа,

– кол-во узлов графа.

Уравнение (26) верно лишь для связного графа – т.е. графа, в котором из любой вершины можно попасть в любую другую следуя по рёбрам графа. В общем случае электрическая цепь может состоять из нескольких несвязных частей, которые тем не менее надо считать совместно. Например цепь с ключом – при размыкании ключа граф может разделиться на несколько несвязанных частей (цепей). Тогда уравнение (26) будет верно для каждой из частей графа, что приводит нас к уравнению (27):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (27) |

Где, – кол-во независимых контуров графа,

– кол-во рёбер графа,

– кол-во узлов графа,

– кол-во несвязанных цепей графа.

Также при размыкании ключа некоторые рёбра могут стать «обрезанными», т.е. перестать быть частью замкнутых контуров. Тогда вообще говоря граф перестаёт быть замкнутым, но с точки зрения уравнений Кирхгофа такие рёбра не имеют смысла и их надо убрать из расчёта и ток на них считать равным 0 (но не обязательно напряжение). Тогда в расчёте всегда учувствует замкнутый граф.

Уравнения баланса токов можно записать для всех узлов одной несвязанной цепи кроме одного. Тогда нужно выбрать по одному узлу в каждой несвязанной цепи, для которого уравнение баланса токов писать не нужно.

Таким образом при исследовании графа надо решить следующие задачи:

1. Найти кол-во несвязанных цепей в графе.
2. Найти независимые замкнутые контура (в соответствии с уравнением (27)).
3. Найти «оборванные» рёбра, которые не входят ни в один независимый замкнутый контур и их исключить из расчёта.
4. Выбрать по одному узлу из каждой несвязанной цепи, после исключения «оборванных» рёбер из расчёта.

### Количество несвязанных цепей в графе

Для обхода графа воспользуемся рекурсией. Начиная в произвольном узле (первом в списке), будем двигаться по очереди по всем рёбрам, примыкающим к данному узлу. Придя к следующему узлу – повторим процедуру, помечая все посещённые узлы. Если данный узел уже посещён, то этот путь завершается.

Если завершились все пути из данного узла, то мы побывали во всех связанных с ним узлах. Если мы побывали не во всех узлах, значит есть ещё несвязанные цепи. Тогда повторим процедуру, начиная с одного из узлов, который мы не посетили.

В результате мы получим несколько (возможно, что и одну) групп узлов, которые относятся к разным несвязанным цепям, а также кол-во несвязанных цепей.

### Независимые замкнутые контура

Зная количество несвязанных цепей из пункта 2.3.2 и пользуясь уравнением (27), определим кол-во замкнутых независимых контуров. Воспользуемся рекурсивным методом, как и в пункте 2.3.2. Однако теперь мы будем запоминать пройденный по пути рёбра. Если очередной узел на нашем пути является узлом начала – значит контур замкнулся.

Проверим найденный замкнутый контур на независимость. При построении системы уравнений Кирхгофа для того, чтобы контура были независимы достаточно, чтобы в каждый следующий контур входило хотя бы одно новое ребро (которое не входит в другие контура). Если найденный контур удовлетворяет этому условию, то запоминаем пройденный путь, его длину и направление по которому мы проходили рёбра контура («+» - если от входа ребра к выходу и «-» - если наоборот).

Если найдены ещё не все контура (в соответствии с уравнением (27)), то повторим операцию для других начальных узлов. При этом условие независимости (новое ребро в каждом новом контуре) является общим для всех начальных узлов.

Найденная комбинация замкнутых независимых контуров не единственная, но добавление ещё одного независимого контура к полной комбинации невозможно согласно правилам Кирхгофа.

### «Оборванные» рёбра и узлы в несвязанных контурах.

Имея полную комбинацию независимых замкнутых контуров, мы можем проверить все ли рёбра графа в неё входят. Если некоторые рёбра в полную комбинацию не входят, значит через них нельзя составить замкнутый контур и не может идти ток. Тогда будем считать, что ток через эти рёбра равен 0, а напряжение может быть сохранено в конденсаторе или источнике ЭДС. Из решения системы уравнений Кирхгофа «оборванные» рёбра следует исключить. Поскольку в замкнутые независимые контура они не входят, то и пересчитывать контура после отключения рёбер не нужно.

После исключения рёбер, некоторые узлы могут остаться без связей. Тогда такие узлы надо исключить. Вообще говоря у узла в замкнутых контурах не может быть менее двух связей (т.е. ).

Теперь, когда известны все рёбра и, соответственно, узлы входящие в расчёт, можно выбрать по одному узлу (возможно первому в списке) в группе узлов, относящейся к каждой несвязанной цепи.

## Составление системы уравнений Кирхгофа на одном временном слое.

Считая, что все рёбра имеют линейную зависимость тока и напряжения (17), тогда пользуясь правилами Кирхгофа можно составить систему линейных уравнений, описывающих связь токов и напряжений во всей электрической цепи на текущем временном слое:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (28) |

Где, – матрица СЛАУ,

– вектор токов на рёбрах,

– вектор правых частей СЛАУ.

Размер матрицы A соответствует количеству не исключённых в пункте 2.3.4 рёбер графа.

Начнём построчно составлять матрицу A и вектор правых частей b.

Запишем уравнений балансов токов. Здесь и далее в этой главе и будут означать количество не исключённых в пункте 2.3.4 узлов и рёбер. Иными словами мы запишем уравнения баланса токов для всех узлов, кроме выбранных в пункте 2.3.4:

|  |  |
| --- | --- |
| , если j-ый узел – выход i-го ребра,  , если j-ый узел – вход i-го ребра,  , i-ое ребро не является соседом j-го узла,  , – сумма всех токов в узле равна 0 | (29) |

Здесь индекс j относится ко всем узлам, и уже после написания уравнений баланса для всех узлов, нужно убрать уравнений, для узлов, выбранных в пункте 2.3.4.

Запишем остальные уравнения. Их будет из уравнения (27). Для каждой строчки X и y:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (30) |

Где, – знаку, с которым ребро входит в замкнутый независимый контур в пункте 2.3.3 или 0, если ребро не входит в этот контур,

– коэффициенты связи U и I для i-го ребра/

Здесь – индекс положения в строке для всех рёбер, в том числе и «оборванных». Для получения квадратной матрицы X из неё надо исключить столбцы, соответствующие этим рёбрам. В данной главе под индексами понимались изначальные номера рёбер и узлов непреобразованного графа.

Полученную систему решаем с помощью обращения матрицы X с использованием библиотеки alglib.

Найдя вектор токов f восстанавливаем значения напряжений на концах рёбер из уравнения (17).

## Расчёт процессов в электрической цепи. Модель диодов.

Имея изначальное состояние системы – токи, напряжения и заряды на всех рёбрах, возможно рассчитать состояние системы через время пользуясь алгоритмом, описанным в пунктах 2.1-2.4. После расчёта необходимо найти новые значения токов, напряжений и зарядов на рёбрах – они станут исходными данными для следующего временного слоя.

Определённую сложность для представляют диоды. Их упрощённая модель представляется через небольшое активное сопротивление R и противо-ЭДС в прямом направлении. Если ток через диод становится отрицательным, то он должен отключаться – всё ребро с диодом исчезает из цепи. Однако мы не знаем в какую сторону будет течь ток через диод, до выполнения расчёта.

В данном методе изначально все рёбра с диодами считаются замкнутыми. После проведения расчёта, диод, по которому течёт наибольший по модулю отрицательный ток (текущий против направления диода) отключается, и расчёт проводится повторно. Эта процедура повторяется, пока все токи через диоды не станут положительными. Поскольку при текущем токе потенциал перед диодами меняется, то поочерёдное отключение диодов позволяет более точно определить момент переключения диодов в выпрямителе.

После определения верной комбинации диодов, записывается новое состояние системы и совершается переход на новый временной слой.

# Схема расчета

# Исходные данные, материалы и допущения

# Результаты расчетов

Ведущий инженер-конструктор Иксанов Х.С.

Инженер Готовцев К.В.

Инженер Катунин Н.В.

Инженер Чернаков В.В.